

Seat No.: \_\_\_\_\_

Enrolment No.\_\_\_\_\_

**GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**  
**DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – 1/2- EXAMINATION – SUMMER- 2016**

**Subject Code: 3326302****Date: 03/06/2016****Subject Name: Engineering Mathematics I****Time: 10:30 AM TO 01:00 PM****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higer Version not allowed)
5. English version is authentic.

**Q.1** Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

**1**  $\frac{d(x^2+2x+7)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- a.  $2x + 25$       b.  $2x+1$       c.  $3x^2+1$       d.  $2x^3 + 25$

**2**  $\frac{d(x^2+2x+7)}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ.  $2x + 25$       આ.  $2x+1$       સ.  $3x^2+1$       સ.  $2x^3 + 25$

**2** If  $f(x) = \sin x$  then  $f''(\pi/4) = \underline{\hspace{2cm}}$

- a.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       b.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       c.  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$       d.  $\sqrt{2}$

**2** યાં  $f(x) = \sin x$  હોય તો  $f''(\pi/4) = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       આ.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       સ.  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$       સ.  $\sqrt{2}$

**3**  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

- a. -1      b. 0      c. 1      d.  $\infty$

**3**  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ. -1      આ. 0      સ. 1      સ.  $\infty$

**4**  $\Gamma 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

- a.  $7 !$       b.  $8 !$       c.  $6 !$       d.  $5 !$

**4**  $\Gamma 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ.  $7 !$       આ.  $8 !$       સ.  $6 !$       સ.  $5 !$

- 5** If  $v = x^3 + 3y + xy$  then  $\frac{\partial v}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$
- a.  $3 + x$       b.  $3x^2 + y$       c.  $3-y$       d.  $3y+x$
- 4** જો  $v = x^3 + 3y + xy$  તો  $\frac{\partial v}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$
- અ.  $3 + x$       બ.  $3x^2 + y$       સ.  $3-y$       સ.  $3y+x$
- 6** If  $f = x^2y^2z^2$  then  $\frac{\partial f}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$
- a.  $2xyz$       b.  $2xy^2z^2$       c.  $2x^2yz^2$       d.  $2x^2y^2z$
- 5** જો  $f = 3x^2y^3z$  તો  $\frac{\partial f}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$
- અ.  $2xyz$       બ.  $2xy^2z^2$       સ.  $2x^2yz^2$       સ.  $2x^2y^2z$
- 7** If  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$  then the differential equation is \_\_\_\_\_
- a. Not Exact      b. Bernoulli      c. Exact      d. None of these
- 9** જો  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$  હોય તો માટે નું વિકલ સમીકરણ = \_\_\_\_\_
- અ. Not Exact      બ. Bernoulli      સ. Exact      સ. None of these
- 8** If roots  $m_1$  and  $m_2$  are real and distinct then solution is \_\_\_\_\_
- a.  $C_1 e^{m_1 x}$       b.  $C_2 e^{m_2 x}$       c. 0      d.  $C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$
- 6** જો  $m_1$  અને  $m_2$  વાસ્તવિક અને ભિન્ન બીજ હોય તો ઉકેલ = \_\_\_\_\_
- અ.  $C_1 e^{m_1 x}$       બ.  $C_2 e^{m_2 x}$       સ. 0      સ.  $C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$
- 9** Integrating factor of  $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = e^x f$  is \_\_\_\_\_
- a.  $e^x$       બ.  $e^{x^2}$ .      સ.  $x^2$ .      દ.  $2x$
- 6**  $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = e^x$  નું સંકલયકારક અવયવ \_\_\_\_\_
- અ.  $e^x$       બ.  $e^{x^2}$       સ.  $x^2$       સ.  $2x$
- 10** The particular integral of  $(4D^2 - 4D + 1)Y = e^x$  is \_\_\_\_\_
- a. 0      b.  $e^x$       c. 1      d. 2
- 10**  $(4D^2 - 4D + 1)Y = e^x$  નું વિશેષ સંકલય \_\_\_\_\_

અ. 0

અ.  $e^x$ 

સ. 1

સ. 2

**11** The equation of the form  $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$  \_\_\_\_\_

- a. linear diff.equ      b. Cauchy diff.equ      c.Bernulli's  
diff.eq      d Legendre diff eq

**૧૧**  $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$  નું સમીકરણ સ્વરૂપ = \_\_\_\_\_

- અ. linear diff.equ      અ.Cauchy diff.equ      સ.Bernulli's  
diff.eq      સ.Legendre diff eq

**12** If each of u,v,w is a function of the variable x,y,z then the jacobian  $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$  is determinant of order \_\_\_\_\_

- a. 2 X 2      b. 3 X 3      c. 1 X 1      d. n X n

**૧૨** જો u,v,w એ x,y,z માં વિઘેય હોય તો jacobian  $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$  ના નિશ્ચાયક નો કમ \_\_\_\_\_

- અ. 2 X 2      અ. 3 X 3      સ. 1 X 1      સ. n X n

**13** If  $x = r\cos\theta$ ,  $y = r \sin\theta$  then  $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)} \times \frac{\partial(r,\theta)}{\partial(x,y)}$  = \_\_\_\_\_

- a. 0      b. 1      c. 2      d.  $\infty$

**૧૩** જો  $x = r\cos\theta$ ,  $y = r \sin\theta$  હોય તો  $\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)} \times \frac{\partial(r,\theta)}{\partial(x,y)}$  = \_\_\_\_\_

- અ. 0      અ. 1      સ. 2      સ.  $\infty$

**14**  $\sqrt{\pi}$  = \_\_\_\_\_

- a.  $\Gamma \frac{5}{2}$       b.  $\Gamma \frac{3}{2}$       c.  $\Gamma \frac{1}{2}$       d.  $\Gamma \frac{2}{3}$

**૧૪**  $\sqrt{\pi}$  = \_\_\_\_\_

- અ.  $\Gamma \frac{5}{2}$       અ.  $\Gamma \frac{3}{2}$       સ.  $\Gamma \frac{1}{2}$       સ.  $\Gamma \frac{2}{3}$

**Q.2 (a)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Find Maclaurin's series of  $\sin x$  up to 4<sup>th</sup> power

૧.  $\sin x$  ની 4<sup>th</sup> કમ માટે Maclaurin's series શોધો.

2. Evaluate :  $\lim_{n \rightarrow 0} \left( \frac{\log x}{\cot x} \right)$

2. કિમત શોધો :  $\lim_{n \rightarrow 0} \left( \frac{\log x}{\cot x} \right)$
3. Find the value of  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  at the point (4, -5) for  $f(x, y) = x^2 + 3xy + y - 1$
3.  $f(x, y) = x^2 + 3xy + y - 1$  માટે બંદ (4, -5) પાસે  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ ની કિમત શોધો.

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.

08

- If  $u = \log \left( \frac{x^4 + y^4}{x+y} \right)$  then show that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$ , by Euler's theorem.
- જો  $u = \log \left( \frac{x^4 + y^4}{x+y} \right)$  હોય તો Euler's પ્રમેય મુજબ દશોવો કે  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$
- If  $u = x^2 + 2xy + y^2$  and  $v = x^3 + 3y + xy$  then find jacobian at (1,0)
- જો  $u = x^2 + 2xy + y^2$  અને  $v = x^3 + 3y + xy$  હોય તો (1,0) માટે jacobian શોધો.
- Find the maximum and minimum value of the function  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$
- $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$  માટે મહત્વ અને નુન્ટમ કિમત મેળવો.

Q.3 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.

06

- Find the area of surface cut from the bottom of the paraboloid  $x^2 + y^2 - z = 0$  by the plane  $z = 4$
- પરવલય  $x^2 + y^2 - z = 0$  નું તણિયા ની સપાઠી શી છેણ જ  $z = 4$  દ્વારા કરતા, બનતા પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- Evaluate:  $\int_0^a \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{a-x} + \sqrt{x}} dx$
- કિમત શોધો:  $\int_0^a \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{a-x} + \sqrt{x}} dx$
- Evaluate:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}} dx$
- કિમત શોધો:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}} dx$

(b) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.

08

- Show that:  $\int_0^\infty e^{-x^4} dx = \frac{1}{4} \Gamma \frac{1}{4}$
- દશોવો કે:  $\int_0^\infty e^{-x^4} dx = \frac{1}{4} \Gamma \frac{1}{4}$
- Evaluate:  $\int_0^1 x^3 (1 - \sqrt{x})^5 dx$

2. કિમત શોધો:  $\int_0^1 x^3 (1 - \sqrt{x})^5 dx$
3. Simplify :  $B(m, n) \cdot B(m+n, p) \cdot B(m+n+p, q)$
3. સાદું રૂપ આપો:  $B(m, n) \cdot B(m+n, p) \cdot B(m+n+p, q)$

**Q.4 (a)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. Solve exact differential equation  $(x^3 - 3xy^2) dx + (3x^2y + y^3) 2xy dy = 0$
1. ઉકેલો:  $(x^3 - 3xy^2) dx + (3x^2y + y^3) 2xy dy = 0$
2. Find solution using CF and PI of  $(D^2 + D - 12)y = e^{6x}$
2. CF અને PI નો ઉપયોગ કરીને ઉકેલશોધો:  $(D^2 + D - 12)y = e^{6x}$
3. Solve using Wronskian  $(D^2 + a^2)y = \sec ax$
3. Wronskian નો ઉપયોગ કરીને ઉકેલશોધો:  $(D^2 + a^2)y = \sec ax$

**(b)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. Solve Cauchy's linear equation  $(x^2 D^2 - xD)y = 0$
1. Cauchy's linear સમિકરણ ઉકેલો:  $(x^2 D^2 - xD)y = 0$
2. Reduce to exact form by integrating factor  $(x^2 + y^2 + 1)dx - 2xydy = 0$
2.  $(x^2 + y^2 + 1)dx - 2xydy = 0$  સંકલયકારક અવયવ ની મદદ થી exact form માં Reduce કરો.
3. Solve Bernoulli's differential equation  $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^2 y^2$
3. Bernoulli નું વિકલ સમિકરણ ઉકેલો:  $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^2 y^2$

**Q.5 (a)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. If  $\mathbf{u} = x^2z \mathbf{i} - 2y^3z^2 \mathbf{j} + xy^2z \mathbf{k}$  then find divergence at the point (1,-1,1)
1. જો  $\mathbf{u} = x^2z \mathbf{i} - 2y^3z^2 \mathbf{j} + xy^2z \mathbf{k}$  હોય તો બિંદુ (1,-1,1) પાસે divergence શોધો
2. If  $\mathbf{u} = 2xyz \mathbf{i} + 5x^2y \mathbf{j} + x^2y z^2 \mathbf{k}$  then find divergence at the point (-1, 1, 1)
2. જો  $\mathbf{u} = 2xyz \mathbf{i} + 5x^2y \mathbf{j} + x^2y z^2 \mathbf{k}$  હોય તો બિંદુ (-1, 1, 1) પાસે divergence શોધો.

3. Evaluate  $\int xy^4 ds$ , where c is the right half of the circle  $x^2 + y^2=16$

3. કિમત શોધો:  $\int xy^4 ds$ , જ્યાં c is the right half of the circle  $x^2 + y^2 = 16$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If  $F = 4x z^3 - 3x^2 y z^2$  find gradient of F at the point (2,-1,2)

1. જો  $F = 4x z^3 - 3x^2 y z^2$  હોય તો બિંદુ (2,-1,2) પાસે gradient શોધો.

2. If  $F = 3x^2 y^3 z i - 4xyz j + 7x^2 y z^3$  then find curl of F at point (1,1,-1)

2. જો  $F = 3x^2 y^3 z i - 4xyz j + 7x^2 y z^3$  હોય તો બિંદુ (1,1,-1) માટે curl શોધો.

3. If  $F = 2xyz + x^2 z + 7x^2 y$  then find gradient of F at the point (- 2, 1 , 0)

3. જો  $F = 2xyz + x^2 z + 7x^2 y$  હોય તો બિંદુ (- 2, 1 , 0) પાસે gradient શોધો.

\*\*\*\*\*